



OLIMPIADA WIEDZY ELEKTRYCZNEJ I ENERGETYCZNEJ



Wydział
Elektryczny

Organizatorzy:

Stowarzyszenie Elektryków Polskich

Oddział Szczeciński SEP

Wydział Elektryczny, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

„EUROELEKTRA”

Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Energetycznej

Rok szkolny 2025/2026

Zadania dla grupy elektrycznej na zawody III stopnia

Instrukcja dla zdającego

1. Czas trwania zawodów: 120 minut.
2. III stopień Olimpiady zawiera 5 zadań otwartych.
3. Należy podać poprawną odpowiedź wraz z tokiem rozwiązania.
4. Za każdą prawidłową odpowiedź uzyskuje się maksymalnie 10 punktów. Maksymalna liczba punktów do zdobycia za 5 zadań to 50 punktów.
5. Można korzystać z przyborów do pisania, rozdawanych kart czystopisu i brudnopisu, kalkulatorów i tablic matematycznych. Korzystanie z notebooków, tabletów, telefonów komórkowych, smartfonów, smartwatchy, kalkulatorów programowalnych, itp. jest zabronione.

Życzymy powodzenia!



Zadanie 1.

Dany jest transformator 1-fazowy o następujących parametrach: $S_N = 240 \text{ kVA}$, $U_{1N} = 6 \text{ kV}$, $U_{2N} = 400 \text{ V}$, $f_N = 50 \text{ Hz}$. Pomierzona moc czynna w stanie jałowym ma wartość $1,5 \text{ kW}$ natomiast w stanie zwarcia – $2,5 \text{ kW}$.

Oblicz:

1. prąd znamionowy pierwotny i wtórny;
2. sprawność transformatora przy $\cos \varphi = 0,8$ przy:
 - a. obciążeniu znamionowym,
 - b. 50-procentowym obciążeniu,
 - c. 30-procentowym obciążeniu.

Rozwiązanie:

Prąd po stronie pierwotnej transformatora:

$$I_{1N} = \frac{S_N}{U_{1N}} = \frac{240 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^3} = 40 \text{ A}$$

Prąd po stronie wtórnej transformatora:

$$I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2N}} = \frac{240 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 10^3} = 600 \text{ A}$$

Moc czynna oddawana do obciążenia

$$P_2 = S \cdot \cos \varphi = 240 \cdot 10^3 \cdot 0,8 = 192 \text{ kW}$$

Moc czynna pobierana przez transformator

$$P_1 = P_2 + \Delta P_{0N} + \Delta P_{ZN} = 192 + 1,5 + 2,5 = 196 \text{ kW}$$

sprawność przy 100% obciążeniu czyli obciążeniu znamionowym

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{192}{196} = 0,9796$$

przy zmianie obciążenia straty jałowe są bez zmian natomiast zwarciove ulegają zmianie według wzoru

$$\Delta P_Z = \Delta P_{ZN} \left(\frac{I_2}{I_{2N}} \right)^2$$

przy obciążeniu 50%

$$\begin{aligned} \Delta P_{Z50\%} &= \Delta P_{ZN} \left(\frac{0,5 \cdot I_{2N}}{I_{2N}} \right)^2 = 2500(0,5)^2 = 625 \text{ W} \\ \eta_{50\%} &= \frac{0,5 \cdot P_2}{0,5 \cdot P_2 + \Delta P_{0N} + \Delta P_{Z50\%}} = \frac{96}{96 + 1,5 + 0,625} = 0,9783 \end{aligned}$$

przy obciążeniu 30%

$$\begin{aligned} \Delta P_{Z30\%} &= \Delta P_{ZN} \left(\frac{0,3 \cdot I_{2N}}{I_{2N}} \right)^2 = 2500(0,3)^2 = 225 \text{ W} \\ \eta_{30\%} &= \frac{0,3 \cdot P_2}{0,3 \cdot P_2 + \Delta P_{0N} + \Delta P_{Z30\%}} = \frac{57,6}{57,6 + 1,5 + 0,225} = 0,9709 \end{aligned}$$

Zadanie 2.

Trzy transformatory zostały załączone do pracy równoległej

T1 $S_{NT1} = 160 \text{ kVA}$ $u_{k1\%} = 4\%$ Yd11

T2 $S_{NT2} = 400 \text{ kVA}$ $u_{k2\%} = 4,6\%$ Yd11

T2 $S_{NT3} = 250 \text{ kVA}$ $u_{k3\%} = 4\%$ Yd11

Moc przenoszona przez sieć $S = 810 \text{ kVA}$.

Oblicz i oceń czy transformatory mogą pracować równoległe oraz oblicz moc przenoszoną przez poszczególne transformatory.

Rozwiązanie:

Średnie napięcie zwarcia:

$$u_k = \frac{u_{k1\%} + u_{k2\%} + u_{k3\%}}{3} = 4,2\%$$

Odchyłka napięcia zwarcia dla każdego transformatora wynosi”

$$\Delta u_{k1\%} = \left| \frac{u_{k1\%} - u_k}{u_k} \cdot 100\% \right| = \left| \frac{4 - 4,2}{4,2} \cdot 100\% \right| = |-4,76\%| \leq 10\%$$

$$\Delta u_{k2\%} = \left| \frac{u_{k2\%} - u_k}{u_k} \cdot 100\% \right| = \left| \frac{4,6 - 4,2}{4,2} \cdot 100\% \right| = |9,52\%| \leq 10\%$$

$$\Delta u_{k3\%} = \left| \frac{u_{k3\%} - u_k}{u_k} \cdot 100\% \right| = \left| \frac{4 - 4,2}{4,2} \cdot 100\% \right| = |-4,76\%| \leq 10\%$$

Parametr napięcia zwarcia dopuszcza te transformatory do pracy równoległej.

Obciążenie poszczególnych transformatorów:

$$S_{T1} = \frac{S}{\frac{S_{NT1}}{u_{k1\%}} + \frac{S_{NT2}}{u_{k2\%}} + \frac{S_{NT3}}{u_{k3\%}}} \cdot \frac{S_{NT1}}{u_{k1\%}} = \frac{810}{\frac{160}{4} + \frac{400}{4,6} + \frac{250}{4}} \cdot \frac{160}{4} = 171 \text{ kVA}$$

$$S_{T2} = \frac{S}{\frac{S_{NT1}}{u_{k1\%}} + \frac{S_{NT2}}{u_{k2\%}} + \frac{S_{NT3}}{u_{k3\%}}} \cdot \frac{S_{NT2}}{u_{k2\%}} = \frac{810}{\frac{160}{4} + \frac{400}{4,6} + \frac{250}{4}} \cdot \frac{400}{4,6} = 371,9 \text{ kVA}$$

$$S_{T2} = \frac{S}{\frac{S_{NT1}}{u_{k1\%}} + \frac{S_{NT2}}{u_{k2\%}} + \frac{S_{NT3}}{u_{k3\%}}} \cdot \frac{S_{NT3}}{u_{k3\%}} = \frac{810}{\frac{160}{4} + \frac{400}{4,6} + \frac{250}{4}} \cdot \frac{250}{4} = 267,2 \text{ kVA}$$

Transformator T1 i T3 są przeciążone ponieważ ich napięcia zwarcia są mniejsze od średniego napięcia zwarcia. Transformator T2 jest niedociążony ponieważ jego napięcie zwarcia jest większe od średniego napięcia zwarcia.

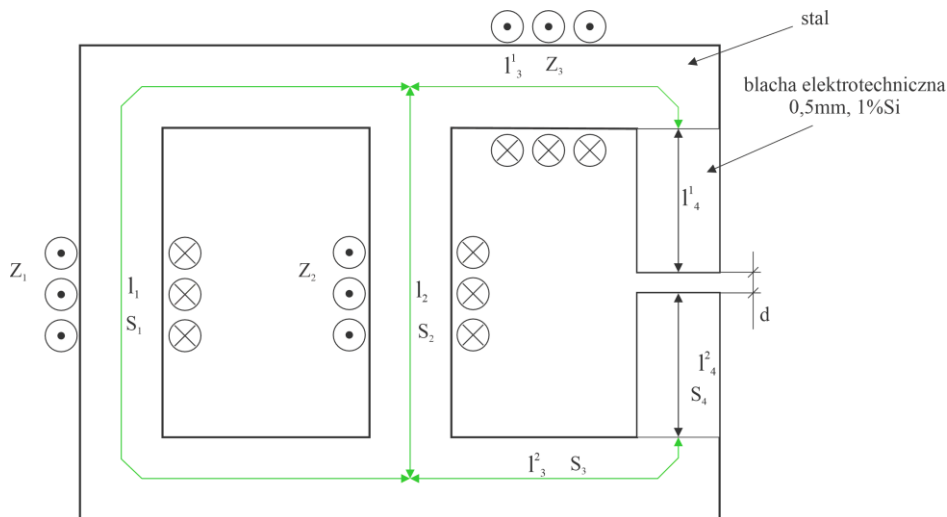
Zadanie 3.

W obwodzie magnetycznym przedstawionym na rysunku poniżej oblicz wartość przepływu θ_1 wytworzonego przez zwoje Z_1 , tak aby w szczelinie powietrznej d strumień magnetyczny był równy $\Phi_3 = 2 \text{ mWb}$. Przepływ wytworzony przez zwoje Z_2 wynosi $\theta_2 = 2000 \text{ A}$, a przez zwoje Z_3 wynosi $\theta_3 = 1111,2 \text{ A}$. Obwód wykonany jest ze stali z wyjątkiem ostatniej kolumny, która wykonana jest ze stali elektrotechnicznej 0,5 mm, 1% Si.

Wymiary geometryczne:

$$l_1 = 1 \text{ m}, l_2 = 0,5, l_3 = l_3^1 + l_3^2 = 0,5 \text{ m}, l_4 = l_4^1 + l_4^2 = 0,25 \text{ m}, d = 0,1 \text{ cm};$$

$$S_1 = 11 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad S_2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \quad S_3 = 15,38 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad S_4 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$



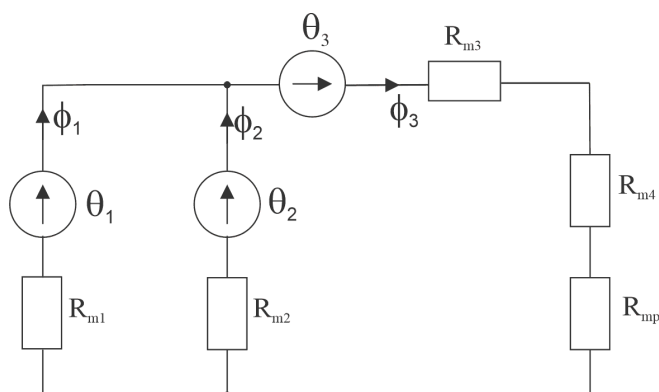
Indukcja magnetyczna B [T]	Natężenie pola magnetycznego H [A/m]	
	stal	blacha elektrotechniczna 0,5 mm, 1% Si 3 W/kg
0,1	160,0	70,0
0,2	250,0	100,0
0,3	300,0	110,0
0,4	340,0	120,0
0,5	400,0	140,0
0,6	460,0	150,0

0,7	520,0	180,0
0,8	590,0	200,0
0,9	680,0	240,0
1,0	810,0	300,0
1,05	890,0	340,0
1,10	990,0	400,0
1,15	1110,0	460,0
1,20	1270,0	530,0
1,25	1440,0	640,0
1,30	1680,0	780,0
1,35	1850,0	960,0
1,40	2300,0	1200,0

1,45	2800,0	1540,0
1,50	3300,0	2000,0
1,55	4000,0	3000,0
1,60	5000,0	4200,0
1,65	6200,0	5500,0
1,70	7800,0	7400,0
1,75	9500,0	10000,0
1,80	12000,0	13000,0
1,85	15000,0	17000,0
1,90	19200,0	21400,0

Rozwiązanie:

Schemat zastępczy:



oczko 1.:

$$\theta_1 - \theta_2 = H_1 \cdot l_1 - H_2 \cdot l_2$$

oczko 2.:

$$\theta_2 + \theta_3 = H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 + H_4 \cdot l_4 + H_p \cdot d$$

węzeł górny:

$$\phi_1 + \phi_2 = \phi_3$$

dla $\phi_3 = 2 \cdot 10^{-3}$ Wb

$$B_3 = \frac{\phi_3}{s_3} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{15,38 \cdot 10^{-4}} = 1,3 \text{ T}$$

z tabeli odczytujemy $H_3 = 1680 \frac{\text{A}}{\text{m}}$

analogicznie

$$B_4 = \frac{\phi_3}{s_4} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T}$$

z tabeli odczytujemy $H_4 = 300 \frac{\text{A}}{\text{m}}$

dla szczeliny powietrznej pomijamy strumień rozproszenia

$$B_p = \frac{\phi_3}{s_4} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T}$$

natężenie pola magnetycznego obliczamy z wzoru:

$$H_p = \frac{B_p}{\mu_0} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 796200 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$\begin{aligned} H_2 &= \frac{\theta_2 + \theta_3 - H_3 \cdot l_3 - H_4 \cdot l_4 - H_p \cdot d}{l_2} = \\ &= \frac{2000 + 1111,2 - 1680 \cdot 0,5 - 300 \cdot 0,25 - 796200 \cdot 0,1 \cdot 10^{-2}}{0,5} = 2800 \frac{\text{A}}{\text{m}} \end{aligned}$$

z tablicy odczytujemy $B_2 = 1,45 \text{ T}$

$$\phi_2 = B_2 \cdot s_2 = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

$$\phi_1 = \phi_3 - \phi_2 = 2 \cdot 10^{-3} - 1,45 \cdot 10^{-3} = 0,55 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

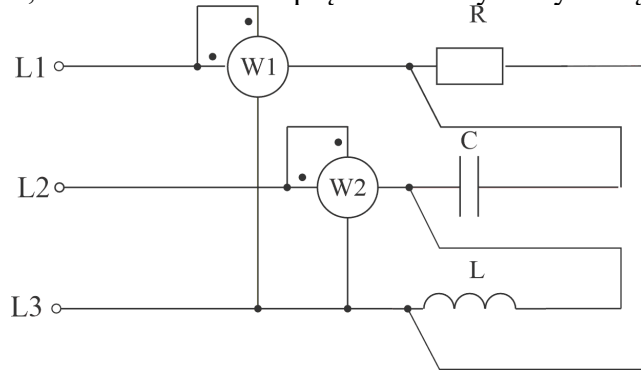
$$B_1 = \frac{\phi_1}{s_1} = \frac{0,55 \cdot 10^{-3}}{11 \cdot 10^{-4}} = 0,5 \text{ T}$$

z tablicy odczytujemy $H_1 = 400 \frac{\text{A}}{\text{m}}$

$$\theta_1 = \theta_2 + H_1 \cdot l_1 - H_2 \cdot l_2 = 2000 + 400 \cdot 1 - 2800 \cdot 0,5 = 1000 \text{ A}$$

Zadanie 4.

W układzie jak na rysunku poniżej oblicz wskazania watomierzy oraz prądy przewodowe. Zasilanie jest trójfazowe symetryczne, którego wartość skuteczna napięcia międzyfazowego wynosi $U_{L12} = U_{L23} = U_{L31} = 230 \text{ V}$, wartości skuteczne prądów fazowych wynoszą $I_{L12} = I_{L23} = I_{L31} = 2 \text{ A}$.



Rozwiązanie:

Napięcie międzyfazowe (wartość skuteczna): $U_L = 230 \text{ V}$

Prądy fazowe (wartość skuteczna): $I_{L12} = I_{L23} = I_{L31} = 2 \text{ A}$

Przyjmujemy symetryczny, zgodny układ napięć z U_{L12} jako wektorem odniesienia (napięcie międzyfazowe):

$$\underline{U_{L12}} = 230 \cdot e^{j30^\circ}$$

$$\underline{U_{L23}} = 230 \cdot e^{-j90^\circ}$$

$$\underline{U_{L31}} = 230 \cdot e^{j150^\circ}$$

Analizując schemat, określamy charakter odbiorników w poszczególnych gałęziach trójkąta:

- Gałąź L1-L2 (Kondensator C): Prąd wyprzedza napięcie o 90° :

$$\underline{I_{L12}} = 2 \cdot e^{j(30^\circ + 90^\circ)} = 2 \cdot e^{j120^\circ} \text{ A}$$

- Gałąź L2-L3 (Cewka L): Prąd opóźnia się względem napięcia o 90° :

$$\underline{I_{L23}} = 2 \cdot e^{j(-90^\circ - 90^\circ)} = 2 \cdot e^{-j180^\circ} \text{ A}$$

- Gałąź L3-L1 (Rezystor R): Prąd jest w fazie z napięciem:

$$\underline{I_{L31}} = 2 \cdot e^{j150^\circ} \text{ A}$$

Korzystając z pierwszego prawa Kirchhoffa dla węzłów prądy przewodowe wynoszą:

$$\underline{I_{L1}} = \underline{I_{L12}} - \underline{I_{L31}} = 2 \cdot e^{j120^\circ} - 2 \cdot e^{j150^\circ} \approx 1,035 \cdot e^{j45^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I_{L2}} = \underline{I_{L23}} - \underline{I_{L12}} = 2 \cdot e^{-j180^\circ} - 2 \cdot e^{j120^\circ} \approx 2 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ A}$$

$$\underline{I_{L3}} = \underline{I_{L31}} - \underline{I_{L23}} = 2 \cdot e^{j150^\circ} - 2 \cdot e^{-j180^\circ} \approx 1,035 \cdot e^{j75^\circ} \text{ A}$$

Watomierze w układzie Arona wskazują:

(napięcie na watomierzu W1 to $\underline{U_{L13}} = -\underline{U_{L31}} = 230 \cdot e^{-j30^\circ}$)

$$P_1 = \operatorname{Re} [\underline{U_{L13}} \cdot \underline{I_{L1}}^*] = \operatorname{Re} [230 \cdot e^{-j30^\circ} \cdot 1,035 \cdot e^{-j45^\circ}] = \operatorname{Re} [238,1 \cdot e^{-j75^\circ}] \approx 61,6 \text{ W}$$

(napięcie na watomierzu W2 to $\underline{U_{L23}} = 230 \cdot e^{-j90^\circ}$)

$$P_2 = \operatorname{Re} [\underline{U_{L23}} \cdot \underline{I_{L2}}^*] = \operatorname{Re} [230 \cdot e^{-j90^\circ} \cdot 2 \cdot e^{j120^\circ}] = \operatorname{Re} [460 \cdot e^{j30^\circ}] \approx 398,4 \text{ W}$$

Suma mocy:

$$P = P_1 + P_2 = 61,6 + 398,4 = 460 \text{ W}$$

Dla sprawdzenia można także obliczyć moc na rezystancji w następujący sposób:

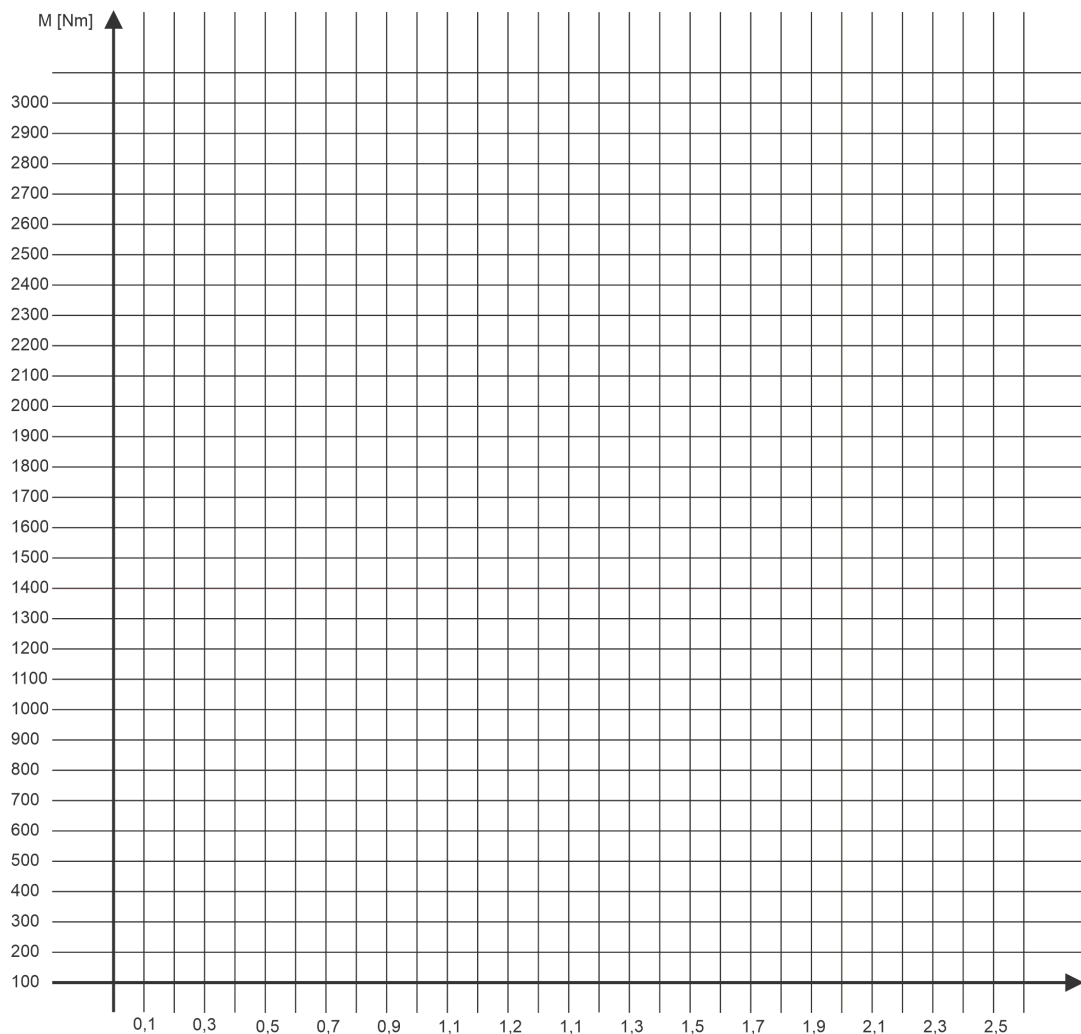
$$P_R = U_{L31} \cdot I_{L31} = 230 \cdot 2 = 460 \text{ W}$$

Zadanie 5.

Silnik indukcyjny pierścieniowy o danych: napięcie znamionowe $U_N = 3 \text{ kV}$; częstotliwość znamionowa $f_N = 50 \text{ Hz}$; moment znamionowy $M_N = 980 \text{ Nm}$; poślizg krytyczny w stanie znamionowym $s_k = 0,1$; prędkość obrotowa znamionowa $n_N = 975 \text{ obr/min}$; moment krytyczny w stanie znamionowym $M_{kN} = 2350 \text{ Nm}$. Silnik ten zasilono napięciem U_N i obciążono momentem o wartości $0,8 \cdot M_N$. Ilorotnie należy powiększyć rezystancję wirnika R_d , aby uzyskać prędkość obrotową $n_2 = 750 \text{ obr/min}$.

Naszkicuj na jednym wykresie charakterystyki mechaniczne $M(s)$:

- dla stanu znamionowego,
- dla obciążenia momentem $0,8 \cdot M_N$ z dołączoną rezystancją do wirnika.



Rozwiązanie:

Prędkość obrotowa silnika to $975 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$ więc na podstawie wzoru na prędkość synchroniczną wynika że silnik posiada 3 pary biegunów $p = 3$ natomiast prędkość synchroniczna wynosi:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \frac{\text{obr}}{\text{min}}$$

poślizg znamionowy wynosi:

$$s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1} = \frac{1000 - 975}{1000} = 0,025$$

Moment obniżony do 80%

$$M' = 0,8 \cdot M_N = 0,8 \cdot 980 = 784 \text{ Nm}$$

poślizg dla obniżonej prędkości:

$$s' = \frac{n_1 - n'}{n_1} = \frac{1000 - 750}{1000} = 0,25$$

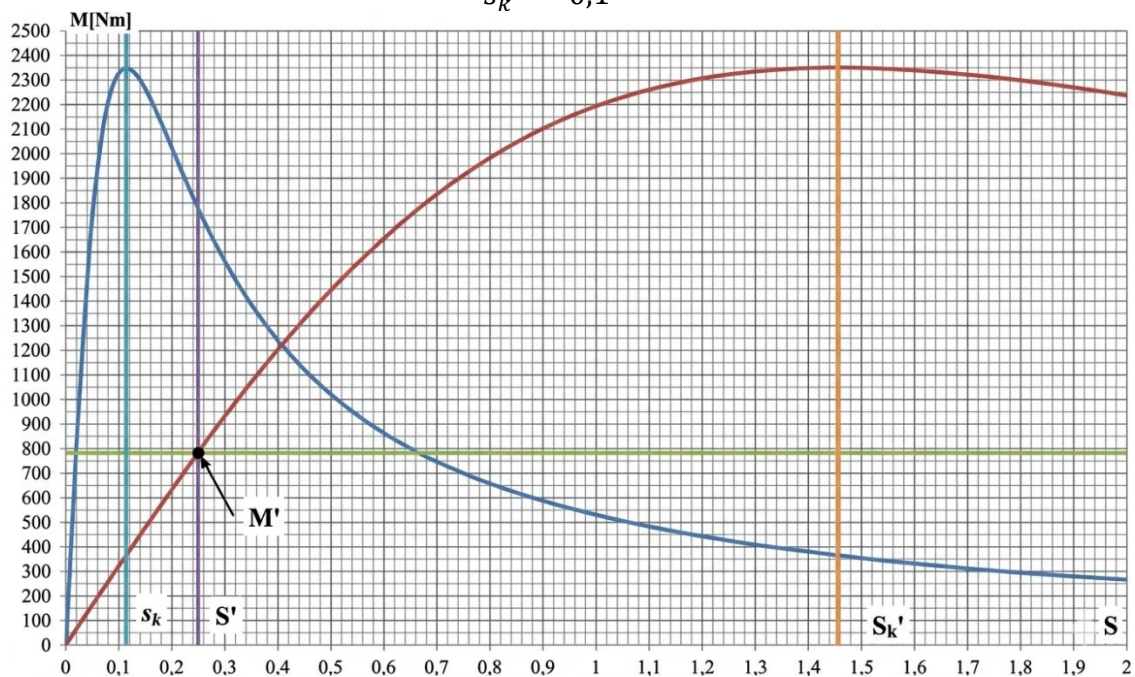
Z wzoru klosa obliczamy poślizg krytyczny dla obniżonej prędkości i momentu:

$$s_k' = s' \left(\frac{M_k}{M'} \pm \sqrt{\left(\frac{M_k}{M'} \right)^2 - 1} \right) \Rightarrow \begin{matrix} s_{k'1} = 1,46 \\ s_{k'2} = 0,043 \end{matrix}$$

Wartość 1,46 spełnia warunki pracy silnika.

Dla wyznaczenie krotności n rezystancji wirnika należy przyjąć, że poślizg krytyczny jest proporcjonalny rezystancji wirnika R_r

$$\begin{aligned} s_k &\approx R_r \\ s_{k'} &\approx n \cdot R_r \\ n \cdot R_r \cdot s_k &= R_r \cdot s_{k'} \\ n = \frac{s_{k'}}{s_k} &= \frac{1,46}{0,1} = 14,6 \end{aligned}$$



charakterystyka naturalna

punkt maksymalny ma współrzędne (0,1; 2350)

charakterystyka z dołączoną rezystancją:

punkt maksymalny ma współrzędne (1,46; 2350)

punkt dla prędkości 750 obr/min i dla momentu 784 Nm ma współrzędne (0,25; 784)